

3年後期セミナー案内（富安研究室）

- ・ 2021年の配属を希望する学生に向けて
- ・ セミナーの本の紹介
- ・ 研究紹介

後期セミナー希望の3年生に向けて

代数学・数論を用いた応用の研究室です。理論的な研究も行っているため、純理論的な研究室とそれほど体制が違うわけではありません。

数学科の学部生には、あせらず専門知識を身につけて欲しいと思います。

- 学年が上がるにつれ、数学の勉強から研究・社会への橋渡しになるよう論文や私が実際に解いている問題、以下の共同研究の補助員（アルバイト）の仕事を紹介します。その都度希望を聞くので強制ではありません。
- 現在、以下の外部機関と、共同研究を実施中。

企業: 日本製鉄(株), (株)日産アーク

学術: 高エネルギー加速器研究機構

実験データをもらって、問題を数学で

解決・コード開発を用いた調査など

異分野連携は、数学の需要を増やすための活動として実施しています。

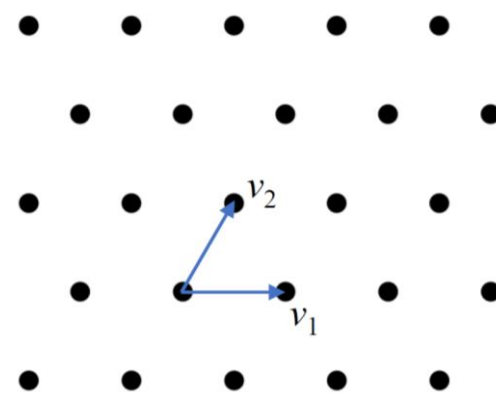
何を研究する研究室？

- 研究に用いているパッキング・格子理論の基礎となるのは、解析的整数論・代数的整数論の基礎となる道具と同じものです。
- 特に、格子というのは以下のようなものです。

$v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^N$: 1次独立な n 個のベクトル

以下の形に書ける座標全体がなす集合を**格子**と呼ぶ。

$$m_1 v_1 + \dots + m_n v_n \quad m_1, \dots, m_n \in \mathbb{Z}$$



係数は \mathbb{Z} . “環上の線形代数”を考えることになる。

図でみると四角四面な感じがあります（見たままですが）。

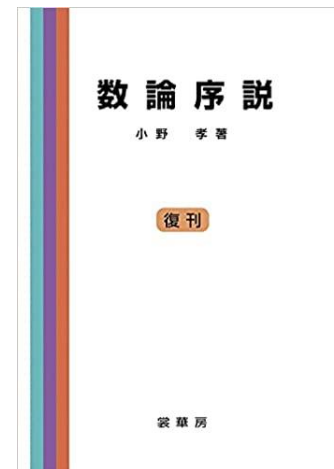
私も勉強を始めた学生の頃はそう思いましたが、意外に多彩で、関係する数学・応用範囲も広いです。

本の紹介(1/4)

小野孝(著), 数論序説, 裳華房

(a) 整数論の入門 (ガロワ理論・体論・格子)

勧める理由・・・著者が整数論の一般的入門書～
中等整数論 (専門書の手前) の本を
目指したと書いており、3年生向き。



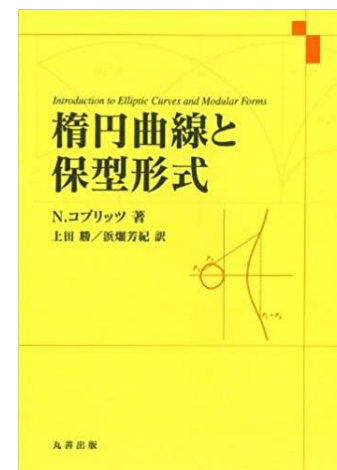
(b) 解析的整数論

N. コブリッツ(著), 楕円曲線と保型形式, 丸善

複素関数論で学んだことを用いて、格子・パッキング理論の
最強ツールである保型形式論を学びます。

勧める理由・・・ちょうど私の研究で使うので (応用含む)。

この本の作者は楕円暗号の開発者で、暗号と数論に関する
本も書いています。

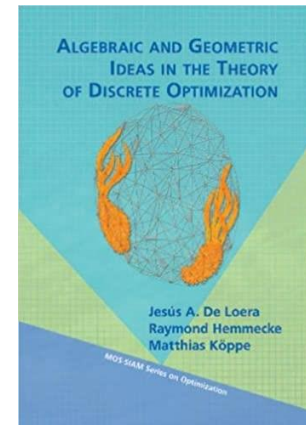


本の紹介(2/4)

J. De Loera *et.al.* (著), Algebraic and geometric ideas in the theory of discrete optimization, SIAM

(c) 最適化のツールを用いて、パッキングや離散数学にアプライしたい人に。

- ✓ LLL格子基底簡約 (2部)
- ✓ グレブナー基底 (4部)
- ✓ 半正定値緩和法 (5部)

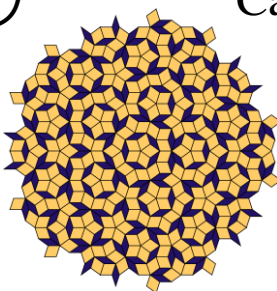


勧める理由・・・5部の実代数幾何を除けば3年生の知識で読めます。

(d) 準周期・非周期的タイリング

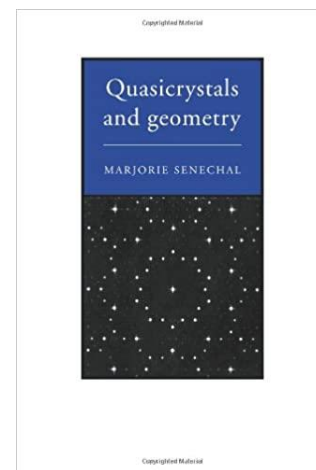
M. Senechal (著), Quasicrystals and geometry, Cambridge University Press.

特にペンローズタイリング



と、

その調和解析（フーリエ変換）が中心テーマです。



勧める理由・・・数理結晶学がなにか分かります。3年生の知識で読めます。

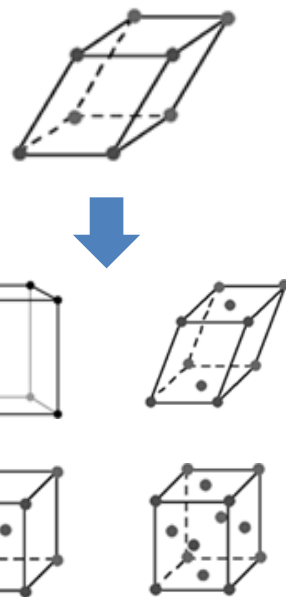
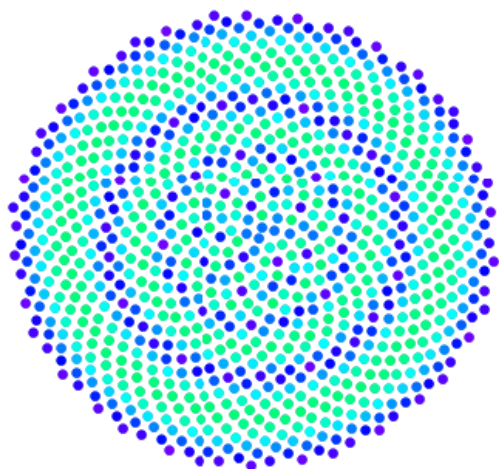
研究の具体的な内容

研究室の研究：代数学、整数論をベースに、行っている応用研究に以下のようなものがあります。

- 特に、**パッキング・格子**といった離散数学の、応用もある問題が中心です。

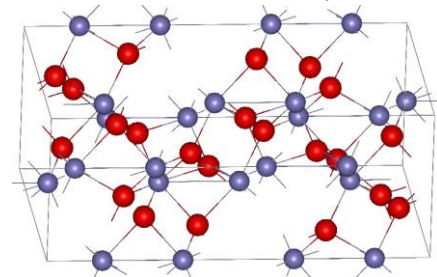
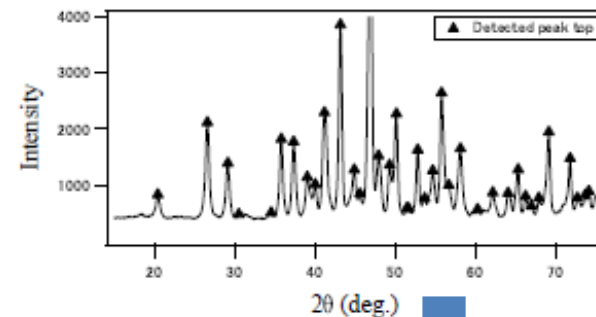
例えば、

(1) パッキング (空間に物を詰める問題)



(2) 誤差を考慮した代数の計算 (格子の対称性を決めるなど)

(3) 観測データから原子の座標を議論する問題



本の紹介(3/4)

A. Schürmann (著), Computational geometry of positive definite quadratic forms, AMS

以下の(e),(f)は、指導した修士学生の修論のテーマでもあります。学部生の知識で読めないこともないですが、多少、他文献で補う必要もあるかと思います。

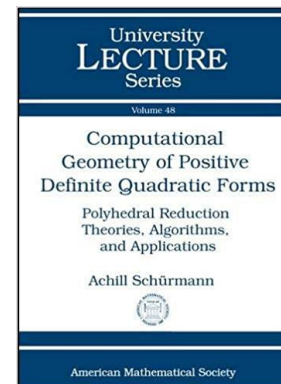
(e) 格子・格子基底簡約理論・格子パッキング

格子に関する代数計算の話題が紹介されています。

通常の数値計算では、入力値がexact(誤差を含まないこと)を仮定しており、この本もそうです。

この本のテーマである格子基底簡約理論を用いて、入力値に大きな誤差がある場合も動作が保証されたアルゴリズムを、指導学生が開発し、修士論文賞を受賞しています(2年前まで所属していた大学の話)。

動作の保証 = 定理の証明です。



本の紹介(4/4)

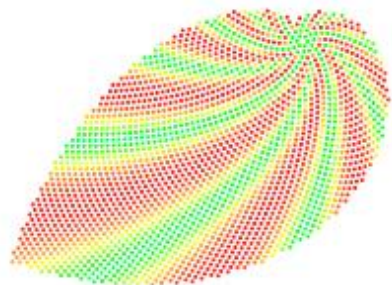
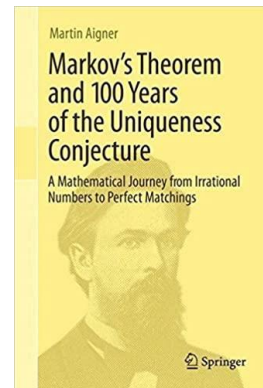
M. Aigner (著), Markov's Theorem and 100 Years of the Uniqueness Conjecture. Springer

(f) マルコフ理論

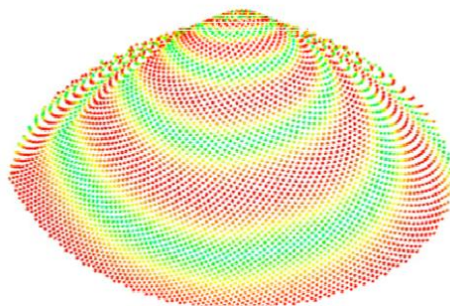
整数論の周辺分野（連分数・不定2変数2次形式）の話です。

昨年度・今年度の学生が修論のテーマに、マルコフ理論の一般化を選んでいきます。一般化していいことは色々あつたりします。

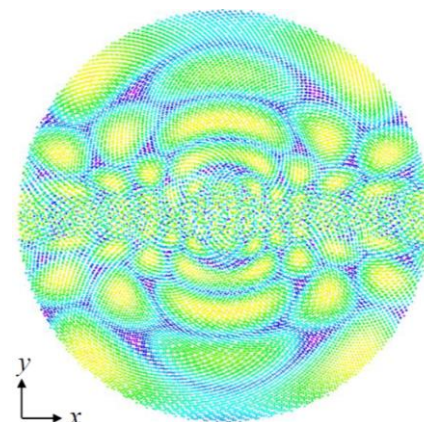
最近、密度がほぼ均一の様々な点列を生成する新しい方法を開発しました。興味深いのは、自然がこの方法を使っていると思われる数学的な証拠が色々見つかることです。理論の一般化により、他分野のモデリングに使用できる様々なパターンが生成できます。



2次元の例



曲面の例



3次元の例(断面図)

パッキング密度の概算値で彩色

まとめ

後期セミナーを希望する学生は事前にメールください。

注意事項: 2021年8月途中～12月まで、SENTAN-Qという九大の教員海外研修のため国内にいません。かならず事前に連絡を取ってください。

質問・本を見たい人：居室はD706です。

またはオンラインで。