

ランダム複体とパーシステントホモロジー

白井朋之 (九大 IMI) *

Erdős-Rényi グラフやスケールフリーネットワークなどのランダムグラフはその重要性から理論・応用の両面で多くの研究がある．このことは二項関係を前提とするグラフ上のネットワーク研究の観点からは自然である．また多項関係を扱うものにハイパーグラフや単体複体があるが，ハイパーグラフは単体複体に比べれば比較的グラフの感覚に近く，ランダムハイパーグラフについては早い時期からランダムグラフとの類似の考察がなされている．一方，Erdős-Rényi グラフの連結性に関する閾値の問題が Erdős-Rényi(1959) で既に議論されているのに対して，同様の問題がランダム複体に対して議論されて結果が得られたのは，講演者の知る限り Linial-Meshulam(2006) が始めではないかと思う．

また，2000 年頃より位相的データ解析の立場からパーシステントホモロジーが研究され始めて，タンパク質の構造解析，画像解析，材料科学など種々の分野に応用されている．パーシステントホモロジーは通常ホモロジー論に時間軸を取り入れたものとも理解できて，ホモロジー生成元の生成消滅時刻の情報を考察することができる．

本講演では，完全グラフ上の最小全域木に関する問題から始めて，全域木の高次元版である全域非輪体，ベッチ数の積分，パーシステントホモロジーの生存時間などの関係を述べた後，Erdős-Rényi グラフの複体版 (の一つ) である Linial-Meshulam 複体について得られた結果について議論する予定である．

参考文献

- [1] P. Erdős and A. Rényi. On random graphs I. *Publ. Math. Debrecen* 6 (1959), 290–297.
- [2] N. Linial and R. Meshulam. Homological connectivity of random 2-complexes. *Combinatorica* 26 (2006), 475–487.
- [3] Y. Hiraoka and T. Shirai. Minimum spanning acycle and lifetime of persistent homology in the Linial-Meashulam process, <http://arxiv.org/abs/1503.05669>

*RIMS 研究会「デザイン，符号，グラフおよびその周辺」@RIMS on July 8–July 10, 2015.