集中講義『曲面間の可微分写像の特異点』（2007年1月）

佐伯 修

e-mail: saeki@math.kyushu-u.ac.jp

home page: http://www.math.kyushu-u.ac.jp/~saeki/index-j.html

次の中から適当に選んで解答し，**レポート**として提出して下さい．なお，問題の解答だけではなく，集中講義全般に関する**感想**も必ず書いて下さい．なお，このプリントの最後に参考文献を挙げておきましたので，適宜参考にして下さい．**提出期限は2月5日（月）**，提出場所は**数学事務室**とします．

1. 例 1.2.2 で $\varphi_1^{-1} \circ \varphi_2$ を計算し，その写像が C^∞ 級であることを確かめよ．また，例 1.3.2 で $\mathrm{id} \circ f \circ \varphi_2^{-1}$ を計算し，それが C^∞ 級であることを確かめよ．

2. オイラー標数が奇数である閉曲面は常に向き付け不可能であることを示せ．

3. 閉曲面の分類定理（あるいはその一部，すなわちどんな連結な閉曲面も Σ_g または F_g と微分同相となること）を証明せよ．([4, 6, 12] 等参照.)

4. コンパクトで連結な1次元多様体は S^1 と微分同相であることを示せ．([7] 等参照.)

5. 整数 n に対して，写像度が n となる可微分写像 $S^1 \to S^1$ を作れ．

6. 写像度2の可微分写像 $f : \Sigma_3 \to \Sigma_2$ を作れ（写像の絵を描けば良い）．

7. $f : M \to N$ を閉曲面の間の可微分写像とし，$q \in N$ を正則値とする．このとき $f^{-1}(q)$ が有限集合であることを示せ．([7] 等参照.)

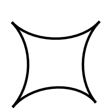
8. 命題 4.4.2（写像度のホモトピー不変性）を証明せよ．([7] 等参照.)

9. 連結な閉曲面で特異点のないベクトル場を持つものをすべて求めよ．

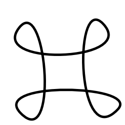
10. 指数が $3, -3$ となるベクトル場の孤立特異点の例を具体的に作れ．

11. 閉曲面 Σ_g, F_g 上に特異点がちょうど一つのベクトル場を構成せよ．

12. 安定写像 $f : T^2 \to S^2$ で，$\deg(f) = 1$ であり，apparent contour として

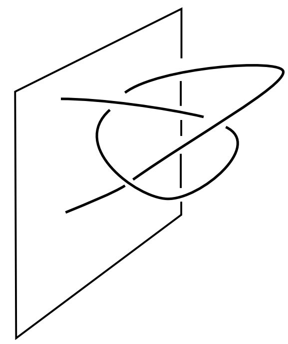


または



を持つものを構成せよ．さらに，これらが minimal contour となることを示せ．

13. 下の図を回転してできるスパン結び目の全幅は 8 以下であることを示せ.



参考文献

[1] S. Demoto, *Stable maps between 2-spheres with a connected fold curve*, Hiroshima Math. J. **35** (2005), 93–113.

[2] 泉屋周一，石川剛郎著『応用特異点論』共立出版，1998 年.

[3] 泉屋周一，佐野貴志，佐伯修，佐久間一浩『幾何学と特異点』特異点の数理，第 1 巻，共立出版，2001 年.

[4] 小宮克弘著『位相幾何入門』裳華房，2001 年.

[5] 松本幸夫著『多様体の基礎』基礎数学 5，東京大学出版会，1988 年.

[6] 松本幸夫著『4 次元のトポロジー』（増補版），日本評論社，1991 年.

[7] J. W. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*, Univ. Press Virginia, Charlottesville, 1965.（J. W. ミルナー著，蟹江幸博訳『微分トポロジー講義』シュプリンガー・フェアラーク東京，1998 年.）

[8] R. Pignoni, *Projections of surfaces with a connected fold curve*, Topology Appl. **49** (1993), 55–74.

[9] J. R. Quine, *A global theorem for singularities of maps between oriented 2-manifolds*, Trans. Amer. Math. Soc. **236** (1978), 307–314.

[10] D. Rolfsen, *Knots and links*, Mathematics Lecture Series 7, Publish or Perish, Inc., 1976.

[11] Y. Takeda, *Widths of surface knots*, Algebr. Geom. Topol. **6** (2006), 1831–1861.

[12] 田村一郎『トポロジー』岩波書店，1972 年.