

佐伯修 (SAEKI Osamu)

A. 研究概要

私は主に位相幾何学について種々の観点から研究を行っているが、最近では以下のような研究を行った。

可微分写像の特異点はこれまでにかなり研究されてきているが、ほとんどは局所的振る舞いを調べるとどまり、大域的性質の研究はあまりなかった。さらに、このような特異点論の観点から可微分多様体の構造を研究することは、意外なことに今までほとんどなされてこなかった。これまでの我々の研究により、多様体間の写像の特異点が、多様体の構造の本質的な部分を担っていることが明らかにされており、こうした研究が位相幾何学において重要であることが認識されるようになってきている。

[B1]では、コンパクト多様体上の可微分関数であって、臨界値が有限個しかないもののReeb空間の構造について調べ、それが常に有限グラフの構造を持つことを初めて証明することに成功した。ここでReeb空間とは、値域の点の逆像 (level set) の連結成分全体のなす空間である。これまで、臨界点がある有限個の場合にはそうした有限グラフ構造を持つことは知られていたが、臨界値が有限個でも同様のことが成り立つことを示せたことは大きい。実際、ある意味で病的な関数であっても、臨界値が有限個しかないものを具体的に構成することができ、本結果には十分な意義があることがわかる。さらに、与えられたグラフを臨界値が有限個である関数のReeb空間として実現する問題についても考察した。また、level setの弧状連結成分について同様のことを考えると、実は同じ結果が成り立たないことも示した。これは予想を覆すような結果として注目に値する。

[B2]は、複素超曲面の孤立特異点に付随したMilnor束やファイバー結び目のトポロジーに関するサーベイ論文である。

[B3]では、4次元多様体から球面や平面への安定写像の変形操作のうち、常に実現可能なものを特定し、それを用いて、与えられた複雑な写像を単純化するアルゴリズムを開発した。その結果、勝手なnear-symplectic構造に対して、それに付随するbroken Lefschetz fibrationで単純なものが存在するというAuroux–Donaldson–Katzarkovの結果に、トポジカルな証明を新たに与えることに成功した。さらに、単純なLefschetz fibrationからtrisectionを得る手法を確立し、その結果、どんな向き付け可能な閉4次元多様体も単純化されたtrisectionを持つ、という意外な結果を得ることに成功した。

[B4, B5]では、 n 次元閉多様体から $(n-1)$ 次元ユークリッド空間への折り目写像であって、その特異値集合が同心球面状になっているもの (round fold map と呼ばれる) を詳しく調べ、そうした写像を許容する n 次元多様体を完全に特徴づけることに成功した。さらに、そうした写像の分類定理も得た。

[B6]では、ホモトピー球面上のある種の標準的なスペシャル・ジェネリック写像の存在について調べ、そうした写像の存在によって定義される、ホモトピー球面の h 同境類のなす群のフィルトレーションが、実はGromollによるフィルトレーションと完全に一致することを示した。このことは、スペシャル・ジェネリック写像のクラスがホモトピー球面の微分構造の観点から極めて自然なものであることも示唆している。

[B7]は、日本数学会秋季総合分科会における総合講演の抽象トピックであり、可微分写像の大域的特異点論に関するサーベイとなっている。

[B8, B9, B11, B14]は、IMI共同利用・共同研究集会の報告集であり、[B10, B12, B13]は、Forum “Math-for-Industry”のProceedingsである。

B. 研究業績

1. O. Saeki, Reeb spaces of smooth functions on manifolds, International Mathematics Research Notices, Volume 2022, Issue 11, June 2022, 8740–8768.
2. R. Araujo dos Santos, O. Saeki, T.O. Souza, Algebraic knots associated with Milnor fibrations, J. Singularities **25** (2022), 30–53.

3. R.I. Baykur and O. Saeki, Simplifying indefinite fibrations on 4-manifolds, *Trans. Amer. Math. Soc.* **376** (2023), 3011–3062.
4. N. Kitazawa and O. Saeki, Round fold maps of n -dimensional manifolds into $(n - 1)$ -dimensional Euclidean space, *J. Singularities* **26** (2023), 1–12.
5. N. Kitazawa and O. Saeki, Round fold maps on 3-manifolds, to appear in *Algebraic & Geometric Topology*.
6. O. Saeki, Special generic maps and Gromoll filtration, preprint, Jan. 2023. Preprint is available at arXiv:2301.06771 [math.GT].
7. 佐伯修, ジェネリックな可微分写像の大域的特異点論, 2022年度日本数学会秋季総合分科会, 総合講演アブストラクト, September 2022.
8. O. Saeki, Institute of Mathematics for Industry: its uniqueness, strength and prospects, MI レクチャーノート, Vol.91, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, pp. 607–609, 2022.
9. 2020年度採択分 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 共同利用研究集会 進化計算の数理, 濱田直希, 穴井宏和, 梅田裕平, 千葉一永, 佐藤寛之, 能島裕介, 加葉田雄太朗, 一木俊助, 早野健太, 佐伯修, MI レクチャーノート, Vol. 86, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 2022.
10. Big Data Analysis, AI, Fintech, Math in Finances and Economics, Proceedings of the Forum “Math-for-Industry” 2018, Eds.: Jin Cheng, Xu Dinghua, Osamu Saeki and Tomoyuki Shirai, Vol. 35, Springer, 2022.
11. Fiber Topology Meets Applications 2, Mathematics for Industry Research, Eds.: Daisuke Sakurai, Osamu Saeki, Shigeo Takahashi, Hamish Carr, Takahiro Yamamoto and Naoki Hamada, No. 24, Institute of Mathematics for Industry, 2022.
12. Proceedings of the Forum “Math-for-Industry” 2021 –Mathematics for Digital Economy–, Eds.: Osamu Saeki, Ho Tu Bao, Shizuo Kaji, Kenji Kajiwara, Nguyen Ha Nam, Ta Hai Tung, Melanie Roberts, Masato Wakayama, Le Minh Ha and Philip Broadbridge, MI Lecture Notes, Vol. 87, Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University, 2022.
13. Proceedings of the Forum “Math-for-Industry” 2019 –Mathematics for the Primary Industries and the Environment–, Robert McKibbin, Graeme Wake and Osamu Saeki, *Mathematics for Industry (MFI, volume 36)*, Springer, 2022.
14. 材料科学における 幾何と代数 III, 松谷茂樹, 落合啓之, 井上和俊, 小磯深幸, 佐伯修, 白井朋之, 垂水竜一, 内藤久資, 中川淳一, 濱田裕康, 松江要, 加葉田雄太朗, MI Lecture Notes, Vol. 89, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 2022.

C. 講演

1. 佐伯修, Topology of Reeb spaces of smooth functions on manifolds, 研究集会「多様体と特異点」佐伯修還暦記念研究集会, online, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 2022年5月20日(金)–21日(土) (講演日は5月21日).
2. 佐伯修, Simplifying generic mappings into S^2 and \mathbf{R}^2 , 研究集会「位相幾何・微分幾何及びその周辺分野への特異点論の応用」, online, 世話人: 一木俊助 (東京工業大学), 寺本圭佑 (広島大学), 福永知則 (福岡工業大学), 2022年6月16日(木)–6月18日(土) (講演日は6月17日).
3. Osamu Saeki, Topology of Reeb spaces of smooth functions on manifolds, 17th International Workshop on Real and Complex Singularities –Special sessions to honor Osamu Saeki’s work and his 60th birthday–, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, Campus São Carlos, July 24–29, 2022 (Talk on July 27).
4. 佐伯修, ジェネリックな可微分写像の大域的特異点論, 2022年度秋季総合分科会, 2022年9月13日(火)

より9月16日(金), 総合講演(9月14日)。

5. Osamu Saeki, Institute of Mathematics for Industry: its uniqueness, strength and prospects, The 6th RIKEN-IMI-ISM-NUS-ZIB-MODAL-NHR Workshop on Advances in Classical and Quantum Algorithms for Optimization and Machine Learning, part 2, September 21st–22nd, 2022, (Talk on September 21st).
6. Osamu Saeki, Special generic maps I, II, Singular fibers of generic maps I, II, Simplifying generic maps I, II, (連続6講演), Singularity theory and geometric topology, RIMS-Sing 2 Workshop, 2022年10月24日–27日.
7. 佐伯 修, Differentiable maps on links of complex isolated singularities, 可微分写像の特異点論とその応用, 鈴木正彦先生退職記念研究集会, 2023年2月20日–22日(講演は21日)。
8. Osamu Saeki, Generalization of Reeb Spaces and Application to Data Visualization, 2023 SIAM Conference on Computational Science and Engineering, RAI Congress Centre, Amsterdam, March 2, 2023.
9. Osamu Saeki, Round fold maps of n -dimensional manifolds into $(n - 1)$ -dimensional Euclidean space, Seminar at Heidelberg University, March 23, 2023.

D. その他の研究活動

1. 文部科学省 科学技術・学術審議会委員.
2. 日本数学会, Journal of the Mathematical Society of Japan, 編集委員.
3. トポロジー連絡会議構成員.
4. ICIAM2023 組織委員.
5. 京都大学数理解析研究所運営委員.
6. 明治大学共同利用・共同研究拠点「現象数理学研究拠点」運営委員会委員.
7. International Journal of Mathematics for Industry 編集委員.
8. Mathematics for Industry Series, Springer, Scientific Board Member.
9. 近代科学社「IMI シリーズ: 進化する産業数学」編集委員.
10. 共立出版「ひろがるトポロジー」編集委員.
11. 日本数学会会員, 日本応用数学会会員, オーストラリア数学会会員.
12. Asia Pacific Consortium of Mathematics for Industry (APCMfi) メンバー.
13. JST CREST 「数学・数理科学と情報科学の連携・融合による情報活用基盤の創出と社会課題解決に向けた展開」領域アドバイザー.
14. 研究集会等の開催
 - (1) Study Group Workshop 2022, 九州大学, 2022年7月27日–8月2日.(主催組織の代表として.)
 - (2) 材料科学における幾何と代数 III, マス・フォア・インダストリ研究所 一般研究 研究集会 (I), 九州大学, 2022年9月8日–9月10日.(組織委員の一人として.)
 - (3) OLIS–九州大学 IMI 保険フォーラム, 九州大学伊都キャンパス, 2022年11月12日(組織委員の一人として.)
 - (4) Forum “Math-for-Industry” 2022, Mathematics of Public Health and Sustainability, La Trobe University City Campus, November 21–24, 2022. (As a member of the organizing committee.)
 - (5) 15th MSJ-SI (Mathematical Society of Japan-Seasonal Institute), Deepening and Evolution of Applied Singularity Theory, Workpia Yokohama, Japan, November 20–25, 2022. (As a member of the organizing committee.)
15. 数学通信『巻頭言』, 第27巻第4号, 2023年2月.
16. 他分野・産業界との連携活動
 - (1) 多値関数データの可視化
高橋成雄氏(会津大学 コンピュータ理工学部 コンピュータ理工学科情報システム学部門 コンピュータグラ

フィックス講座, IMI 客員教員), Hamish Carr 氏 (University of Leeds, School of Computing), 櫻井大督氏 (九州大学汎オミクス計測・計算科学センター) らとの共同研究.

(2) 結晶のらせん転位についての数学的研究

松谷茂樹氏 (金沢大学理工研究域電子情報通信学系), 中川淳一氏 (東京大学大学院数理科学研究科), 上坂正晃氏 (Arithmer 株式会社), 濱田裕康氏 (佐世保工業高等専門学校) との共同研究.

(3) 多目的最適化理論と特異点論についての研究

濱田直希氏 (KLab 株式会社) らとの共同研究.