

佐伯修 (SAEKI Osamu)

## A. 研究概要

私は主に位相幾何学について種々の観点から研究を行っているが、最近では以下のような研究を行った。

### (1) 可微分写像の大域的特異点論と関連話題.

可微分写像の特異点はこれまでにかなり研究されてきているが、ほとんどは局所的振る舞いを調べるにとどまり、大域的性質の研究はあまりなかった。さらに、このような特異点論の観点から可微分多様体の構造を研究することは、意外なことに今までほとんどなされてこなかった。これまでの我々の研究により、多様体間の写像の特異点が、多様体の構造の本質的な部分を担っていることが明らかにされており、こうした研究が位相幾何学において重要であることが認識されるようになってきている。

[B2], [B6] では、4次元多様体から球面や平面への安定写像の変形操作のうち、常に実現可能なものを特定し、それを用いて、与えられた複雑な写像を単純化するアルゴリズムを開発した。その結果、勝手な near-symplectic 構造に対して、それに付随する broken Lefschetz fibration で単純なものが存在するという Auroux–Donaldson–Katzarkov の結果に、トポロジカルな証明を新たに与えることに成功した。さらに、単純な Lefschetz fibration から trisection を得る手法を確立し、その結果、どんな向き付け可能な閉4次元多様体も単純化された trisection を持つ、という意外な結果を得ることに成功した。また、[B7] では、3次元以上の多様体から球面への安定写像に対して、定値折り目特異点を消去できるという定理の、具体的に構成的かつ単純な証明を与えた。これにより上述の4次元多様体上の写像の単純化アルゴリズムを完成することが可能になった。またさらに、simple な安定写像の定値折り目特異点を消去することについても研究したほか、特異 Legendre fibration の非存在定理も得た。また [B3] においては、多様体対（もしくは2色付けされた多様体対）上の安定写像の特異ファイバーを分類し、付随する普遍複体のコホモロジー群を計算することで、対応する同境界群が非自明となることを示すことに成功した。[B4] においては、向き付けられた3次元多様体から平面への安定写像の order 1 Vassiliev 型不変量を4次元多様体を使って定義し、それが3次元多様体内の正則ファイバー達に付随した絡み目形式の符号数に一致することを示した。また関連して、具体的な写像の変形列を構成し、その不変量の変化を可視化した。さらに [B8] においては、3次元多様体から平面への安定写像に対して、その特異点集合と正則ファイバーの位置関係について調べ、それらがある場合には互いに絡み合うが、まったく絡み合わない場合もあることを初めて明らかにした。また [B9] においては、等質空間内の曲線と1パラメータ部分群による軌道との接触について研究を行い、それによってリー環に部分空間の列が定義でき、それを用いた幾何学的不変量の定式化が可能であることを明らかにした。なお [B10] は、Forum “Math-for-Industry” 2015 の Proceedings であり、[B11] は、IMI 共同利用・共同研究集会の報告集である。

### (2) トポロジーの他分野への応用.

[B1] では、多値関数データ可視化のために必要となる微分トポロジー、特異点論の解説を、主にコンピュータサイエンスの研究者向けに執筆した。さらに [B5] では、結晶（特に Simple Cubic and Body Centered Cubic Lattices）のらせん転位を、トポロジーと代数の観点から記述し、そのエネルギーが近似的に Epstein–Hurwitz zeta function で与えられることを示した。

## B. 研究業績

1. O. Saeki, Theory of singular fibers and Reeb spaces for visualization, in “Topological Methods in Data Analysis and Visualization IV - Theory, Algorithms, and Applications”, H. Carr, C. Garth, T. Weinkauff (Eds.), Proc. Topology-Based Methods in Visualization 2015, pp. 3–33, Springer, 2017.
2. R.I. Baykur and O. Saeki, Simplified broken Lefschetz fibrations and trisections of 4-manifolds, to appear in Proc. Natl. Acad. Sci. USA.
3. O. Saeki and T. Yamamoto, Singular fibers of stable maps of manifold pairs and their applications, in

“Singularities and Foliations. Geometry, Topology and Applications”, Araújo dos Santos, R.N., Menegon Neto, A., Mond, D., Saia, M.J., Snoussi, J. (Eds.), Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Vol. 222, pp. 259–294, 2018.

4. 佐伯修, A Vassiliev type invariant of order one for stable maps of 3-manifolds into surfaces, 可微分写像の特異点論とその応用, 数理解析研究所講究録 **2049** (2017), 155–172.

5. H. Hamada, S. Matsutani, J. Nakagawa, O. Saeki, and M. Uesaka, An algebraic description of screw dislocations in SC and BCC crystal lattices, preprint, arXiv:1605.09550 [math-ph].

6. R.I. Baykur and O. Saeki, Simplifying indefinite fibrations on 4-manifolds, preprint, arXiv:1705.11169 [math-GT].

7. O. Saeki, Elimination of definite fold II, preprint, arXiv:1709.03804 [math.GT].

8. O. Saeki, Linking between singular locus and regular fibers, preprint, arXiv:1804.00359 [math.GT].

9. T. De Melo, V.M. do Nascimento, and O. Saeki, Contact as applied to the geometry of curves in homogeneous spaces, preprint.

10. The Role and Importance of Mathematics in Innovation, Proceedings of the Forum “Math-for-Industry” 2015, Edited by B. Anderssen, P. Broadbridge, Y. Fukumoto, N. Kamiyama, Y. Mizoguchi, K. Polthier, and O. Saeki, Mathematics for Industry, Vol. 25, Springer, 2017.

11. 結晶の界面、転位、構造の数理, Editors : 松谷 茂樹, 佐伯 修, 中川 淳一, 田上 大助, 上坂 正晃, Pierluigi Cesana, 濱田 裕康, MI レクチャーノート, Vol. 77, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 2017.

### C. 講演

1. O. Saeki, Introduction to singularity theory and fiber topology in multivariate data analysis, Topology, Computation and Data Analysis, Dagstuhl Seminar 17292, Schloss Dagstuhl – Leibniz Center for Informatics, Germany, July 17, 2017.

2. O. Saeki, Indefinite fibrations on differentiable 4-manifolds, Brazil-Mexico 3rd Meeting on Singularities, UNAM, Unidad Cuernavaca, Cuernavaca, Mexico, August 10, 2017.

3. O. Saeki, A Vassiliev type invariant of order one for stable maps of 3-manifolds into surfaces, PRIMA 3rd Congress, Singularities of Spaces and Mappings, Oaxaca, Mexico, August 17, 2017.

4. 佐伯修, Global aspect of singularity theory, ベクトル値滑層分割 Morse 理論の構築による多数目的最適化問題の解集合の可視化, マス・フォア・インダストリ研究所短期共同研究, 九州大学, 2017年9月5日.

5. O. Saeki, Simplifying indefinite fibrations on 4-manifolds, Geometric and Algebraic Singularity Theory, Będlewo, Poland, September 12, 2017.

6. O. Saeki, A Vassiliev type invariant of order one for stable maps of 3-manifolds into surfaces, Australian-Japanese Workshop on Real and Complex Singularities, The University of Sydney, Australia, September 27, 2017.

7. O. Saeki, Topologia das singularidades e teoria de nós (in Portuguese), IV Encontro de Singularidades no Nordeste, Departamento de Matemática da Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Brazil, November 22–24, 2017 (3日間の連続講演).

8. O. Saeki, Elimination of definite fold II, 可微分写像の特異点論の局所的研究と大域的研究, 京都大学数理解析研究所, 2017年11月29日.

9. 佐伯修, Simplifying indefinite fibrations on 4-manifolds, 半田山・代数・幾何セミナー, 岡山理科大学, 2017年12月18日.

10. O. Saeki, Simplifying indefinite fibrations and trisections of 4-manifolds, The 13th Kagoshima Algebra-

Analysis-Geometry Seminar, Kagoshima University, February 14, 2018.

11. O. Saeki, Singular set and regular fibers, do they link each other?, 特異点論とその応用【泉屋周一先生退職記念研究集会】, 北海道大学, 2018年2月20日.

12. 佐伯修, 微分トポロジーを用いたデータの可視化, 2018年度精密工学会 春季大会シンポジウム「AIMaP 数学応用シンポジウム: 精密工学と幾何学の新たな出会い», 中央大学 後樂園キャンパス, 2018年3月17日.

#### D. その他の研究活動

1. 九州大学共進化社会システム創成拠点, 産業数学ユニットメンバー.

2. 文部科学省委託事業「数学アドバンスイノベーションプラットフォーム (AIMaP)」企画運営責任者.

3. 日本数学会, Journal of the Mathematical Society of Japan, 編集委員.

4. 日本数学会トポロジー分科会連絡責任評議員.

5. 日本数学会学術委員会運営委員.

6. トポロジー連絡会議構成員.

7. ICIAM2023 組織委員.

8. 明治大学共同利用・共同研究拠点「現象数理学研究拠点」運営委員会委員.

9. Pacific Journal of Mathematics for Industry 編集委員.

10. Mathematics for Industry Series, Springer, Scientific Board Member.

11. 近代科学社「IMI シリーズ: 進化する産業数学」編集委員.

12. 日本応用数理学学会会員, オーストラリア数学会会員.

13. Asia Pacific Consortium of Mathematics for Industry (APCMfi) メンバー.

#### 14. 研究集会等の開催

(1) 結晶の界面, 転位, 構造の数理, マス・フォア・インダストリ研究所研究集会 (I), 九州大学西新プラザ, 2017年8月28日~8月30日. (組織委員の1人として.)

(2) ベクトル値滑層分割 Morse 理論の構築による多数目的最適化問題の解集合の可視化, マス・フォア・インダストリ研究所短期共同研究, 九州大学, 2017年9月5日~9月9日. (組織委員の1人として.)

(3) Geometric and Algebraic Singularity Theory, Będlewo, Poland, September 10–16, 2017. (As a member of the scientific committee.)

(4) Forum “Math-for-Industry” 2017, University of Hawaii at Manoa, Hawaii, United States of America, October 23–27, 2017. (As a member of the organizing committee.)

(5) The 5th Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities, 鹿児島大学, 2017年10月27日~11月3日. (As a member of the scientific committee.)

#### 15. 他分野・産業界との連携活動

(1) 多値関数データの可視化

高橋成雄氏 (会津大学 コンピュータ理工学部 コンピュータ理工学科情報システム学部門 コンピュータグラフィックス講座, IMI 客員教員), Hamish Carr 氏 (University of Leeds, School of Computing), 櫻井大督氏 (Zuse Institute Berlin) らとの共同研究.

(2) 結晶のらせん転位についての数学的研究

松谷茂樹氏 (佐世保工業高等専門学校), 中川淳一氏 (新日鐵住金 (株)), 上坂正晃氏 (北海道大学), 濱田裕康氏 (佐世保工業高等専門学校) との共同研究.

(3) 多目的最適化理論と特異点論についての研究

濱田直希氏 (株式会社富士通研究所) らとの共同研究.

#### 16. その他の出版物

佐伯修, 微分トポロジーを用いたデータの可視化, 2018年度精密工学会 春季大会シンポジウム「AIMaP

数学応用シンポジウム：精密工学と幾何学の新たな出会い」資料集，2018年3月.