

A. 研究概要

私は主に位相幾何学について種々の観点から研究を行っているが、最近では以下のような研究を行った。

(1) 可微分写像の大域的特異点論と関連話題.

可微分写像の特異点はこれまでにかなり研究されてきているが、ほとんどは局所的振る舞いを調べるにとどまり、大域的性質の研究はあまりなかった。さらに、このような特異点論の観点から可微分多様体の構造を研究することは、意外なことに今までほとんどなされてこなかった。これまでの我々の研究により、多様体間の写像の特異点が、多様体の構造の本質的な部分を担っていることが明らかにされており、こうした研究が位相幾何学において重要であることが認識されるようになってきている。[B2]においては、定値折り目特異点しか持たない特異写像の、はめ込みや埋め込みとしての特異点解消の存在性について調べた。[B1]においては、特異写像のファイバーの連結成分の成す空間である、いわゆる Reeb 複体について考察し、写像がある程度一般的であれば、Reeb 複体は常に三角形分割可能であることを示し、その応用としていくつかのオイラー標数公式を得た。さらに [B3] においては、可微分写像の正則ファイバーの各連結成分の同境界類に着目し、それと Reeb 複体のホモロジーの関係について、新しい結果を得た。また [B10, B8] では境界付きの 3 次元多様体上の安定写像の特異ファイバーを分類し、特異ファイバーの普遍複体のコホモロジー群を計算することで、境界付き曲面上のある種のモース関数の非自明な同境界不変量を得た。こうした境界付き多様体上の写像のなす同境界群の定義はこれまでになく、しかもその非自明性を初めて示した結果として注目に値するものである。また [B9] においては、等質空間内の曲線と 1 パラメータ部分群による軌道との接触について研究を行い、それによってリー環に部分空間の列が定義でき、それを用いた幾何学的不変量の定式化が可能であることを明らかにした。また、[B7] においては、孤立特異点の近くでの実多項式写像芽のトポロジーに関する Milnor の問題について結び目理論の観点から考察し、6 次元から 3 次元への多項式写像芽の場合に非自明な例が存在することを、ユークリッド空間の配置空間のホモトピー群を用いることで、初めて示すことに成功した。これにより約 40 年来未解決であった Milnor の問題に終止符を打つことができた。さらに、[B6] においては、大域的特異点論のうち、special generic map, 4 次元多様体の符号数公式, 3 次元多様体の特異点論的不変量についてのサーベイを行うとともに、関連する未解決問題を数多く提出した。

(2) トポロジーの他分野への応用.

可微分写像の特異点論を、多値関数データのための視覚的データ解析（データの可視化）に応用することについて、高橋成雄氏と共同研究を行い、可微分写像の特異ファイバーの理論 [B10] が、そのようなコンピュータサイエンスの理論に応用できることが明らかになった [B4, B5]。また、新日鐵住金（株）と「位相&微分幾何学の観点からの図形の数学表現」という研究題目で共同研究を行った。これは、これまでの方法・観点では解決できなかった問題に対し、まったく新しい幾何学的観点から解決を目指そうとするものであり、大学院生も交えて、当該課題の定式化、解決に向けて研究を行った。また、スタジオフォンズとのフェローシップ・プログラムにおいて、桐生裕介氏とモース理論と圏論、及び CG への応用について共同研究を行った。

B. 研究業績

1. J.T. Hiratuka and O. Saeki, Triangulating Stein factorizations of generic maps and Euler characteristic formulas, RIMS Kôkyûroku Bessatsu **B38** (2013), 61–89.
2. O. Saeki and M. Takase, Desingularizing special generic maps, Journal of Gökova Geometry Topology **7** (2013), 1–24.
3. J.T. Hiratuka and O. Saeki, Connected components of regular fibers of differentiable maps, in “Topics on Real and Complex Singularities”, Proceedings of the 4th Japanese-Australian Workshop (JARCS4),

Kobe 2011, World Scientific, 2014, pp. 61–73.

4. O. Saeki, S. Takahashi, D. Sakurai, Hsiang-Yun Wu, K. Kikuchi, H. Carr, D. Duke, and T. Yamamoto, Visualizing multivariate data using singularity theory, *The Impact of Applications on Mathematics, Proceedings of the Forum of Mathematics for Industry 2013*, pp. 51–65, Mathematics for Industry Series, Vol. 1, Springer, 2014.
5. O. Saeki and S. Takahashi, Visual data mining based on differential topology: a survey, *Pacific Journal of Mathematics for Industry* **6** (2014), Article 4.
6. O. Saeki, Topology of manifolds and global theory of singularities, to appear in *RIMS Kôkyûroku Bessatsu*.
7. R. Araújo dos Santos, M.A.B. Hohlenwerger, O. Saeki and T.O. Souza, New examples of Neuwirth–Stallings pairs and non-trivial real Milnor fibrations, to appear in *Annales de l’Institut Fourier*.
8. O. Saeki and T. Yamamoto, Co-orientable singular fibers of stable maps of 3-manifolds with boundary into surfaces, to appear in *RIMS Kôkyûroku*.
9. T. De Melo, V.M. do Nascimento, and O. Saeki, Contact as applied to the geometry of curves in homogeneous spaces, preprint.
10. O. Saeki and T. Yamamoto, Singular fibers of stable maps of 3-manifolds with boundary into surfaces and their applications, preprint.

C. 講演

1. O. Saeki, Topology of manifolds and global theory of singularities, One day workshop on hypersurface singularity and its link manifolds, 東京理科大学, 2014年1月23日.
2. O. Saeki, Singular fibers of differentiable maps and low dimensional topology I, II, Visiting Lectures, Warsaw University of Technology, March 18 and 25, 2014.
3. O. Saeki, Desingularizing special generic maps, Institute of Mathematics, Polish Academy of Science, March 20, 2014.
4. O. Saeki, Visualizing multivariate data using singularity theory, Visiting Lectures, Warsaw University of Technology, April 1, 2014.
5. O. Saeki, Singular fibers and visualization of multivariate data, 13th International Workshop on Real and Complex Singularities, ICMC, University of São Paulo, Brazil, August 1, 2014.
6. O. Saeki, Connected components of regular fibers of differentiable maps, 19th Brazilian Topology Meeting, São José do Rio Preto, Brazil, August 7, 2014.
7. O. Saeki, New examples of non-trivial real Milnor fibrations, Workshop on Singularities, Geometry, Topology and Related Topics, North-East Normal University, Changchung, China, September 2, 2014.
8. 佐伯修, Non-trivial real Milnor fibrations, 多様体のトポロジーの展望, 東京大学大学院数理科学研究科, 2014年11月29日.
9. 佐伯修, やわらかい幾何学、トポロジーでデータ構造を解析する, 九州大学テクノロジーフォーラム 2014, セッション II, 東京国際フォーラム, 2014年12月3日.
10. 佐伯修, Singular fibers and data visualization, 可微分写像の特異点論とその応用, 京都大学数理解析研究所, 2014年12月4日.

D. その他の研究活動

1. 九州大学共進化社会システム創成拠点, イノベーション (IMI) ユニット統括
2. 日本数学会学術委員会運営委員.
3. トポロジー連絡会議構成員.
4. *Pacific Journal of Mathematics for Industry* 編集委員.

5. Mathematics for Industry Series, Springer, Scientific Board Member

6. 研究集会等の開催

(1) The 2nd Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities Sapporo, August 25–30, 2014 (As a member of the scientific committee).

(2) 多様体のトポロジーの展望, 東京大学大学院数理科学研究科, 2014年11月28日~30日, 世話人の1人.

7. 他分野・産業界との連携活動

(1) 位相&微分幾何学の観点からの図形の数学表現

新日鐵住金株式会社 先端技術研究所 数理科学研究部 との共同研究

(2) 多値関数データの可視化

高橋成雄氏 (東京大学大学院新領域創成科学研究科 複雑理工学専攻, 大学院情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻), Hamish Carr 氏 (University of Leeds, School of Computing) との共同研究

(3) 低次元トポロジー, モース理論とコンピュータグラフィックス

桐生裕介氏 (スタジオフォonz) との共同研究 (Studio Phones Fellowship Program)

8. ワルシャワ工科大学訪問教授 (2014年3月~4月)