

A. 研究概要

私は主に位相幾何学について種々の観点から研究を行っているが、最近では以下のような研究を行った。

(1) 可微分写像の大域的特異点論と関連話題。

可微分写像の特異点はこれまでにかなり研究されてきているが、ほとんどは局所的振る舞いを調べるにとどまり、大域的性質の研究はあまりなかった。さらに、このような特異点論の観点から可微分多様体の構造を研究することは、意外なことに今までほとんどなされてこなかった。これまでの我々の研究により、多様体間の写像の特異点が、多様体の構造の本質的な部分を担っていることが明らかにされており、こうした研究が位相幾何学において重要であることが認識されるようになってきている。最近では、こうした事柄を特異写像の同境界理論の観点から研究している。[B1]においては、可微分写像の特異ファイバーを用いることにより、4次元同境界群を決定し、その生成元を幾何的に明確に与え、さらに既存の符号数定理に新しい証明を与えた。[B3]においては、折り目写像が存在するための障害類を Postnikov 分解の観点から調べ、いくつかの次元対の場合にそうして現れる障害類を完全に明らかにした。さらに [B4, B5]においては、曲面上の可微分関数について、Reeb グラフの実現問題や、3次元空間へのはめ込みや埋め込みに付随した高さ関数としての実現問題について、位相幾何学的観点から考察した。[B2]においては、定値折り目特異点しか持たない写像を許容する非コンパクト4次元多様体について、いくつかの特徴づけ定理を得た。また [B10]においては、そうした特異写像のはめ込みリフトの存在性について調べた。[B7]においては、Brieskorn 型複素多項式によって定義される特異点に付随した結び目の同境界類が、多くの場合に指数を決定することを示した。さらに [B9]において、exact link の概念を導入し、球面とは限らない奇数次元絡み目の同境界がザイフェルト行列によって代数的条件に言い換えられることを示した。また [B6]においては、等質空間内の曲線と1パラメータ部分群による軌道との接触について研究を行い、それによってリー環に部分空間の列が定義でき、それを用いた幾何学的不変量の定式化が可能であることを明らかにした。さらに [B8]においては、3つの球面の直積空間の余次元1埋め込みの補空間のトポロジーについて調べた。

(2) トポロジーの他分野への応用。

可微分写像の特異点論を、多値関数データのための視覚的データ解析(データの可視化)に応用することについて、高橋成雄氏と共同研究を行い、可微分写像の特異ファイバーの理論が、そのようなコンピュータサイエンスの理論に応用できることが明らかになった [C3]。また、新日本製鐵(株)と「材料科学への純粋数学適用に関する研究」という課題で共同研究を行った。これは、これまでの方法・観点では解決できなかった問題に対し、まったく新しい幾何学的観点から解決を目指そうとするものであり、グローバル COE 拠点として、形と流れユニットを核とするユニットを越えた連携により、大学院生も交えて、当該課題の定式化、解決に向けて研究を行った。また、スタジオフォズ社とのフェローシップ・プログラムにおいて、桐生裕介氏とモース理論と圏論について共同研究を行った。

B. 研究業績

1. O. Saeki, Singular fibers and 4-dimensional cobordism group, *Pacific J. Math.* **248** (2010), 233–256.
2. O. Saeki, Special generic maps on open 4-manifolds, *J. of Singularities* **1** (2010), 1–12.
3. R. Sadykov, O. Saeki and K. Sakuma, Obstructions to the existence of fold maps, *J. London Math. Soc.* (2) **81** (2010), 338–354.
4. F. Morishita and O. Saeki, Height functions on surfaces with three critical values, *J. Math. Soc. Japan* **63** (2011), 153–162.
5. Y. Masumoto and O. Saeki, Smooth function on a manifold with a given Reeb graph, *Kyushu J. Math.* **65** (2011), 75–84.
6. V.M. do Nascimento and O. Saeki, Curves in homogeneous spaces and their contact with 1-dimensional

orbits, *Geometriae Dedicata* **154** (2011), 117–131.

7. V. Blanloeil and O. Saeki, Cobordism of algebraic knots defined by Brieskorn polynomials, *Tokyo J. Math.* **34** (2011), 429–443.

8. L.A. Lucas and O. Saeki, Fox property for codimension one embeddings of product of three spheres into spheres, *Algebraic and Geometric Topology* **11** (2011), 3043–3064.

9. V. Blanloeil and O. Saeki, Cobordism of exact links, to appear in *Algebraic and Geometric Topology*.

10. O. Saeki and M. Takase, Desingularizing special generic maps, preprint.

C. 講演

1. O. Saeki, Connected components of regular fibers of differentiable maps, *Topology of singularities and related topics, II*, 東北大学川井ホール, 2011年1月8日.

2. O. Saeki, *Topology of definite fold singularities*, 第6回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学理学部, 2011年2月16日.

3. 佐伯修, 多値関数データのための位相に基づく視覚的データ解析「広がっていく数学」平成22年度 数学・数理科学と諸科学・産業技術分野の連携ワークショップ《CGによる可視化と数学》, 学術総合センター(東京都), 2011年3月7日.

4. 佐伯修, *Lifting special generic maps*, 特異点論とその応用, 大分工業高等専門学校, 2011年5月31日.

5. 佐伯修, 定値折り目特異点の消去と特異レフシェッツ束, 大阪大学数学教室談話会, 大阪大学理学部, 2011年6月6日.

6. 佐伯修, 定値折り目特異点の消去と特異レフシェッツ束, 近畿大学数学教室講演会, 2011年7月8日.

7. O. Saeki, *Survey on knots associated with complex hypersurface singularities*, The 19th TAPU Seminar on Knots and Related Topics, SeacLOUD Hotel, Haeundae, Busan, Korea, September 15, 2011.

8. O. Saeki, *Cobordism of knots defined by Brieskorn polynomials* (joint work with Vincent Blanloeil), The 19th TAPU Seminar on Knots and Related Topics, SeacLOUD Hotel, Haeundae, Busan, Korea, September 16, 2011.

9. O. Saeki, *Topology of definite fold singularities*, The 4th Japanese-Australian Workshop on Real and Complex Singularities, Kobe Satellite of Hyogo University of Teacher Education, November 24, 2011.

10. O. Saeki, *Desingularizing special generic maps*, The 7th Kagoshima Algebra-Analysis-Geometry Seminar, Kagoshima University, February 17, 2012.

11. O. Saeki, *Topology of definite fold singularities*, Topology Seminar, University of Cambridge, Great Britain, March 6, 2012.

12. O. Saeki, *Topology of definite fold singularities* (in French), Séminaire GT3, Université de Strasbourg, France, March 13, 2012.

13. O. Saeki, *Topology of definite fold singularities*, Geometric Topology Seminar, Max Planck Institute for Mathematics, Germany, March 26, 2012.

D. その他の研究活動

1. トポロジー研究連絡会議構成員.

2. *Journal of Math-for-Industry* 編集委員.

3. 研究集会の開催

(1) 国際シンポジウム “The 6th Franco-Japanese Symposium on Singularities” (Nishijin Plaza, Kyushu Univ., Fukuoka, September 5–9, 2011) 組織委員長.

(2) Forum “Math-for-Industry” 2011, “TSUNAMI — Mathematical Modelling” — Using Mathematics for Natural Disaster Prediction, Recovery and Provision for the Future — (East-West Center, University of Hawaii, October 24–28, 2011) 組織委員.

(3) Workshop of computer graphics and mathematics (Studio Phones Seminar, 神戸大学発達科学部, January 19, 2012) 世話人.

(4) 第6回 福岡・札幌幾何学セミナー (九州大学西新プラザ, 2012年2月20日~2月22日) 現地世話人.

4. 研究集会開催援助

(1) 日本学術振興会平成23年度二国間交流事業 (フランスとのセミナー (CNRS)) 「幾何学とトポロジーにおける特異点」 代表者.

(2) 井上科学振興財団 (国際研究集会開催援助) 「第6回日仏特異点シンポジウム — 幾何学とトポロジーにおける特異点」

5. 他分野・産業界との連携活動

(1) 材料科学への純粋数学適用に関する研究

新日本製鐵株式会社 技術開発本部 先端技術研究所 数理科学研究部 との共同研究

(2) 多値関数データの可視化

高橋成雄氏 (東京大学大学院新領域創成科学研究科 複雑理工学専攻, 大学院情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻) との共同研究

(3) 低次元トポロジー, モース理論とコンピュータグラフィックス

桐生裕介氏 (スタジオフォンス) との共同研究 (Studio Phones Fellowship Program)