

## A. 研究概要

私は主に位相幾何学について種々の観点から研究を行っているが、最近では以下のテーマについて研究を行った。

### (1) 可微分写像の大域的特異点論

可微分写像の特異点はこれまでにかなり研究されてきているが、ほとんどは局所的振る舞いを調べるにとどまり、大域的性質の研究はあまりなかった。さらに、このような特異点論の観点から可微分多様体の構造を研究することは、意外なことに今までほとんどなされてこなかった。これまでの我々の研究により、多様体間の写像の特異点が、多様体の構造の本質的な部分を担っていることが明らかにされており、こうした研究が位相幾何学において重要であることが認識されるようになってきている。最近では、こうした事柄を特異写像の同境界論の観点から研究している。[9]においては、可微分写像の特異ファイバーを用いることにより、4次元同境界群を決定し、その生成元を幾何的に明確に与え、さらに既存の符号数定理に新しい証明を与えた。[7]においては、折り目写像が存在するための障害類を Postnikov 分解の観点から調べ、いくつかの次元対の場合にそうして現れる障害類を完全に明らかにした。さらに[1]においては、ジェネリックな写像に対する新しいオイラー標数公式を与え、その応用として4次元多様体上の安定写像の特異点の個数に関する公式を発見した。またいくつかの既存の公式に対する新しい証明も与えた。さらに[2, 5]においては、円周への Morse 写像の同境界群を決定し、応用として平面写像芽を安定摂動したときに現れるカスプの符号付き個数が位相不変量となることを示した。また、[8, 10]においては、曲面上の可微分関数について、Reeb グラフの実現問題や、3次元空間へのはめ込みや埋め込みに付随した高さ関数としての実現問題について、位相幾何学的観点から考察した。[6]においては、定値折り目特異点しか許容しない非コンパクト4次元多様体について、いくつかの特徴づけ定理を得た。[11]においては、Brieskorn 型複素多項式によって定義される特異点に付随した結び目の同境界類が、多くの場合に指数を決定することを示した。

### (2) 曲面結び目の研究

4次元ユークリッド空間に埋め込まれた閉曲面(の同位類)を曲面結び目と呼ぶ。これまでは3次元ユークリッド空間への射影を通して、あるいは曲面が向きづけ可能のときには2次元ブレイドを通して、研究されることが多かった。そこで我々は平面へのジェネリックな射影を通しての研究に取り組み、[4]においてその基礎理論を構築した。具体的には、特異点理論を用いて、折り目特異点集合の像に対して帯付きブレイドを対応させることで、平面上のダイアグラムを構成し、それによってもとの曲面結び目が再構成されることを示した。この手法は曲面が向きづけ不可能のときにも有効であり、実際 Whitney 合同式の新しい証明を我々の立場から与えることにも成功した。曲面結び目は、結び目が動く軌跡とも考えられ、DNA 結び目への応用も視野に入れて研究を行った。さらにこうした平面への射影を使って定義される total width という不変量について、それが8に等しい結び目を完全に特徴づけることに成功した[3]。

## B. 研究業績

1. J.T. Hiratuka and O. Saeki, Number of singularities of stable maps, *Journal of Geometry* **89** (2008), 53–69.
2. O. Saeki, Cobordism of Morse maps and its application to map germs, *The second Japanese-Australian Workshop on Real and Complex Singularities (第二回日豪実・複素特異点研究集会)*, *数理解析研究所講究録* **1610** (2008), 100–113.
3. O. Saeki and Y. Takeda, On 2-knots with total width eight, *Illinois J. Math.* **52** (2008), 825–838.
4. O. Saeki and Y. Takeda, Surface links and their generic planar projections, *J. Knot Theory Ramifications* **18** (2009), 41–66.
5. K. Ikegami and O. Saeki, Cobordism of Morse maps and its application to map germs, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* **147** (2009), 235–254.

6. O. Saeki, Special generic maps on open 4-manifolds, *J. of Singularities* **1** (2010), 1–12.
7. R. Sadykov, O. Saeki and K. Sakuma, Obstructions to the existence of fold maps, to appear in *J. London Math. Soc.* (published online on January 21, 2010. doi:10.1112/jlms/jdp072)
8. F. Morishita and O. Saeki, Height functions on surfaces with three critical values, to appear in *J. Math. Soc. Japan.*
9. O. Saeki, Singular fibers and 4-dimensional cobordism group, to appear in *Pacific J. Math.*
10. Y. Masumoto and O. Saeki, Smooth function on a manifold with a given Reeb graph, preprint.
11. V. Blanloeil and O. Saeki, Cobordism of algebraic knots defined by Brieskorn polynomials, preprint, arXiv:0903.4253v1 [math.GT].

#### C. 講演

1. O. Saeki, Cobordism of Morse maps and its application to map germs, Informal Seminar, Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Hungary, August 14, 2008.
2. 佐伯修, モース写像の同境と写像芽の位相不変量, トポロジー金曜セミナー, 九州大学, 2008年10月17日.
3. 佐伯修, 可微分写像の特異ファイバーと同境群, 近畿大学数学教室講演会, 2008年10月23日.
4. O. Saeki, Fibras singulares e cobordismos em dimensão 4, Colóquio de Matemática, ICMC, University of São Paulo, Brazil, December 17, 2008.
5. 佐伯修, Singular fibers of differentiable maps and 4-dimensional cobordism group, 研究集会「4次元トポロジー」, 広島大学, 2009年1月26日.
6. 佐伯修, Singular fibers of differentiable maps and 4-dimensional cobordism group, トポロジーと写像の特異点, 信州大学, 2009年6月3日.
7. 佐伯修, 可微分写像の特異ファイバーと4次元同境群, トポロジー金曜セミナー, 九州大学, 2009年10月9日.
8. 佐伯修, Special generic maps on open 4-manifolds, 可微分写像の特異点論とそれに関連する幾何学, 日本大学文理学部, 2009年12月7日.
9. 佐伯修, Special generic maps on open 4-manifolds, 研究集会「4次元トポロジー」, 広島大学, 2010年1月18日.

#### D. その他の研究活動

1. トポロジー研究連絡会議構成員.
2. Journal of Math-for-Industry 編集委員.