

佐伯 修 (SAEKI Osamu)

A. 研究概要

私は主に位相幾何学について種々の観点から研究を行っているが、最近は主に以下のテーマについて研究を行った。

1. 可微分写像の大域的特異点論。

可微分写像の特異点の研究はこれまでにかなりなされてきているが、ほとんどは局所的振る舞いを調べるにとどまり、大域的研究はあまりなかった。さらに、このような特異点論の観点から可微分多様体の構造を研究することは、意外なことに今までほとんどなされてこなかった。これまでの我々の研究により、多様体間の写像の特異点が、多様体の構造の本質的な部分を担っていることが明らかにされており、こうした研究が位相幾何学において重要であることが認識されるようになってきている。最近では、こうした事柄を特異写像の同境界理論の観点から研究している。本 [B-1] においては、多様体間の可微分写像に現れる特異ファイバーの理論を構築した。さらに 4 次元多様体上の安定写像の特異ファイバーについて詳しく調べ、ある種の特異ファイバーが 4 次元多様体の位相幾何の本質的な部分を担っていることを明らかにした [B-10]。なお [B-1] の一般論により、特異ファイバーによる値域多様体の分割を基にした普遍複体が構成され、そのコホモロジー群が定義されるが、それが特異点を持つ可微分写像の同境界類の不変量を与えることがわかる。[B-11] では、そうした理論が写像芽を安定摂動したときに現れるある種の特異点の個数の位相不変性に応用できることを示した。これは写像の特異点の大域的な研究が局所的な研究に役立つ良い例を与えている。また、[B-3, B-7] において、正則ファイバーとして球面の非交和を持つような写像の位相幾何について研究し、special generic map について知られていた結果の拡張に成功した。また LS カテゴリーとの関係についても論じた。さらに [B-8] においては、閉多様体から 2 次元球面への可微分写像について、その定値折り目特異点がホモトピーで常に消去できることを示した。この結果は開写像の理論、及び接触構造の理論とも関連し、今後の発展が期待される。

2. 余次元 1 の埋め込み理論。

次元が異なるかも知れない 3 つの球面の直積を余次元 1 で球面に埋め込んだとき、その補空間の 2 つの連結成分のうちどちらかの閉包が、2 つの球面と 1 つの円板の直積に微分同相となるかどうかについて [B-2] で調べ、ある特殊な次元の組を除いてはそれが正しく、特殊な場合には反例が無数にあることを示した。

3. 非球面結び目の同境界類の研究。

一般次元の非球面的結び目の同境界類について研究し、特に 2 次元と 4 次元の場合に完全な結果を得た [B-4, B-6]。また、高次元のファイバー結び目の同境界類についても研究を行い、そのサーベイ論文 [B-9] を書いた。

4. 4 次元多様体の研究。

境界付き 4 次元多様体の安定的写像類群を、variation map を使って代数的に記述した [B-5]。

B. 研究業績

1. O. Saeki, Topology of singular fibers of differentiable maps, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1854, Springer-Verlag, Berlin, 2004, x+146 pp.
2. L. A. Lucas and O. Saeki, Codimension one embeddings of product of three spheres, Topology Appl. **146-147** (2005), 409-419.

3. O. Saeki and K. Suzuoka, Generic smooth maps with sphere fibers, *J. Math. Soc. Japan* **57** (2005), no. 3, 881–902.
4. V. Blanlœil et O. Saeki, Cobordisme des surfaces plongées dans S^4 , *Osaka J. Math.* **42** (2005), no. 4, 751–765.
5. O. Saeki, Stable mapping class groups of 4–manifolds with boundary, *Trans. Amer. Math. Soc.* **358** (2006), no. 5, 2091–2104.
6. V. Blanlœil et O. Saeki, Concordance des nœuds de dimension 4, to appear in *Canadian Mathematical Bulletin*.
7. O. Saeki, Morse functions with sphere fibers, to appear in *Hiroshima Math. J.*
8. O. Saeki, Elimination of definite fold, to appear in *Kyushu J. Math.*
9. V. Blanlœil and O. Saeki, Cobordism of fibered knots and related topics, to appear in *Proc. Franco–Japanese Symposium on Singularities (Sapporo, 2004)*, *Advanced Stud. in Pure Math.*
10. O. Saeki and T. Yamamoto, Singular fibers of stable maps and signatures of 4–manifolds, to appear in *Geometry & Topology*.
11. O. Saeki, Cobordism of Morse functions on surfaces, the universal complex of singular fibers, and their application to map germs, to appear in *Algebraic and Geometric Topology*.

C. 講演

1. Universal complex of singular fibers and cobordism of singular maps, はこだて特異点研究集会, サン・リフレ函館, 2004年10月28日.
2. Topology of manifolds and singularities of differentiable maps, 多様体のトポロジーの未来へ, 東京大学, 2004年11月8日.
3. Concordance of 4–dimensional knots, 日本数学会年会, 日本大学理工学部, 2005年3月30日.
4. Universal complex of singular fibers and cobordism of singular maps, 日本数学会年会, 日本大学理工学部, 2005年3月30日.
5. Introduction to singular fibers of differentiable maps: theory and examples, 特異点における不変量, 近畿大学, 2005年6月8日, 9日.
6. Theory of singular fibers of differentiable maps and characteristic classes of surface bundles I, リーマン面に関連する位相幾何学, 東京大学, 2005年9月29日.
7. Generic smooth maps with sphere fibers, 特異点と幾何学のワークショップ, 東京理科大学森戸記念館, 2005年10月28日.
8. Elimination of definite fold, *Generic Differential Geometry – Singularities and Differential Geometry–*, Hokkaido University, 2005年11月25日.
9. Singular fibers of differentiable maps and characteristic classes of surface bundles, 広島トポロジー研究集会 (3・4次元数学を目指して), 広島大学, 2006年2月19日.
10. Generic smooth maps with sphere fibers, 近畿大学数学教室講演会, 近畿大学, 2006年3月2日.

D. その他の研究活動

1. 研究集会の主催 (最近 5 年以内のもの)
 - (1) 4次元トポロジー研究集会, 広島大学, 2002年1月21日~23日 (共同主催)

者：松本堯生氏（広島大学）。

(2) The 7th Workshop on Real and Complex Singularities, São Carlos, Brazil, July 29 – August 2, 2002 (as a member of the scientific committee).

(3) 多様体のトポロジーの未来へ，東京大学，2004年11月8日～11日（世話人の1人として）。

(4) トポロジーの展望，九州大学西新プラザ，2006年3月17日～19日（共同主催者：高山晴子氏（九州大学））。

2. その他

(1) トポロジー研究連絡会議構成員。

(2) 博士論文審査員（広島大学，九州大学，北海道大学）。