数学概論 2 演習
2007 年 5 月 24 日分
中村 徹

[**中村 8**] X_λ $(\lambda \in \Lambda)$ を位相空間とし，

$$X = \prod_{\lambda \in \Lambda} X_\lambda$$

をその直積空間とする．このとき $a = (a_\lambda) \in X$ に対して X の部分集合 A を

$$A = \{x = (x_\lambda) \mid x_\lambda \in X_\lambda \ (\lambda \in \Lambda),\ \text{有限個の}\ \lambda_1, \cdots, \lambda_n\ \text{を除いて}\ x_\lambda = a_\lambda\}$$

で定めると，A は X で稠密であることを示せ．

[**中村 9**] X を位相空間，$\mathcal{B}$ を X の基とする．$\mathcal{B}$ の任意の元が X の閉集合となるとき，X は T_3 空間となることを示せ．

[**中村 10**] $\mathbb{R}$ 上の部分集合族 $\mathcal{B}$ を

$$\mathcal{B} = \{[a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\ \text{かつ}\ a < b\}$$

で定める．

(1) $\mathcal{B}$ は練習問題 10 の条件 (i), (ii) を満たすことを示せ．これにより，$\mathcal{B}$ を基とする $\mathbb{R}$ 上の位相 $\mathcal{O}$ が定まる．

(2) 位相空間 $(\mathbb{R}, \mathcal{O})$ においては 1 点集合 $\{x\}$ $(x \in \mathbb{R})$ は閉集合であることを示せ．

(3) 位相空間 $(\mathbb{R}, \mathcal{O})$ は正則空間であることを示せ．

[**中村 11**] f, g を位相空間 X からハウスドルフ空間 Y への連続写像とする．このとき

$$A = \{x \in X \mid f(x) = g(x)\}$$

は X の閉集合であることを示せ．